Universidad Autónoma de Madrid

Ejercicios Resueltos Números Índices
Facultad Ciencias Económicas y Empresariales
Departamento de Economía Aplicada
Profesor: Santiago de la Fuente Fernández

1. Una empresa estudia la evolución de los precios en euros de tres componentes (A, B, C) para una pieza en los últimos 5 años.

Año	A	B	C
1	3	4	1
2	4	6	1,5
3	5	6,5	2
4	4,5	7	2,5
5	7	4	3

a) Calcular un índice simple para estudiar la evolución de los precios del componente A tomando como periodo de referencia el año 1.

b) Calcular un índice conjunto de la evolución de los precios utilizando una media aritmética de índices simples y tomando como referencia el año 1.

c) Analizar cómo varían los resultados si escoge otros promedios como la media geométrica.

d) Suponiendo que en cada pieza van 5 unidades del componente A, 10 del B y 15 del C, calcule índices de precios conjuntos para los tres componentes tomando como referencia el periodo 1 y usando una media aritmética ponderada de los índices simples. Analice cómo varían los resultados, y cuál es el incremento medio anual de precios a partir del índice compuesto media aritmética ponderada.

Solución:

a) Índice simple de la evolución de los precios tomando como periodo de referencia el año 1:

				Índice Simple Precios					
Año	A	B	C	A		B		C	
1	3	4	1	100	(3 / 3).100	100	(4 / 4).100	100	(1 / 1).100
2	4	6	1,5	133,33	(4 / 3).100	150	(6 / 4).100	150	1,5.100
3	5	6,5	2	166,67	(5 / 3).100	162,50	(6,5 / 4).100	200	2.100
4	4,5	7	2,5	150	(4,5 / 3).100	175	(7 / 4).100	250	2,5.100
5	7	4	3	233,33	(7 / 3).100	100	(4 / 4).100	300	3.100

b) Índice conjunto de la evolución de los precios utilizando la media aritmética:

Año	A	B	C		Media aritmética
1	100	100	100	300/3 = 100	100
2	133,33	150	150	433,33/3= 144,44	144,44
3	166,67	162,50	200	529,17/3=176,39	176,39
4	150	175	250	575/3=191,67	191,67
5	233,33	100	300	633,33/3=211,11	211,11

c) Índice conjunto de la evolución de los precios utilizando la media geométrica:

Año	A	B	C	$\prod_{i=1}^{3} I_i$	$\sqrt[3]{\prod_{i=1}^{3} I_i}$
1	100	100	100	1000000	100
2	133,33	150	150	3000000	144,22496
3	166,67	162,50	200	5416666,67	175,62137
4	150	175	250	6562500	187,22181
5	233,33	100	300	7000000	191,29312

d) Índice conjunto de la evolución de los precios utilizando la media ponderada:

Año	A (5 unidades)	B (10 unidades)	C (15 unidades)		Media ponderada
1	100	100	100	5.100+10.100+15.100/(5+10+15)=100	100
2	133,33	150	150	5.133,33+10.150+15.150/(5+10+15)= 147,22	147,22
3	166,67	162,50	200	5.166,67+10.162,50+15.200/(5+10+15)= 181,94	181,94
4	150	175	250	5.150+10.175+15.250/(5+10+15)= 208,33	208,33
5	233,33	100	300	5.233,33+10.100+15.300/(5+10+15)= 222,22	222,22

El incremento (tasa) medio anual de precios a partir del índice compuesto:

Año	A (5 unidades)	B (10 unidades)	C (15 unidades)	Media ponderada	Incremento	% Incremento (Tasa)
1	100	100	100	100		-------
2	133,33	150	150	147,22	(147,22/100) - 1 = 0,47222	47,22
3	166,67	162,50	200	181,94	(181,94/147,22) - 1 = 0,23584	23,58
4	150	175	250	208,33	(208,33/181,94) - 1 = 0,14503	14,50
5	233,33	100	300	222,22	(222,22/208,33) - 1 = 0,06667	6,67

2. El consumo en combustible en una empresa (en miles de litros) en una empresa y los índices de precios del combustible en seis años han sido:

Año	Consumo	Índice (base 2009=100%)
2006	60	91
2007	70	93
2008	75	95
2009	78	100
2010	80	114
2011	85	120

Sabiendo que el precio del combustible fue de 1,5 €/litro en el año 2011, calcular el gasto en combustible de la empresa en cada año.

Solución:

Año	Consumo	Índice (base 2009=100%)	Índice (base 2011=100%)		Precio €/litro	Gasto
2006	60	91	(91/120).100=75,83	75,83	1,5 x 0,7583=1,137	68,22
2007	70	93	(93/120).100=77,5	77,5	1,5 x 0,775=1,162	81,34
2008	75	95	(95/120).100=79,17	79,17	1,5 x 0,7917=1,187	89,025
2009	78	100	(100/120).100=83,33	83,33	1,5 x 0,8333=1,249	97,422
2010	80	114	(114/120).100=95	95	1,5 x 0,95=1,425	114
2011	85	120	(120/120).100=100	100	1,5	127,5

3. A continuación tenemos los precios y cantidades vendidas de tres productos por una determinada empresa durante tres períodos:

t	P_A	P_B	P_C	Q_A	Q_B	Q_C
0	4	10	15	2	2	3
1	6	11	20	5	1	3
2	5	12	25	4	1	2

a) Obtener los índices de precios y de cantidades de Paasche, de Laspeyres y de Fisher para estos tres períodos considerando como referencia el periodo 0.

b) Obtener los índices de valor.

Solución:

- Índices ponderados de PRECIOS:

Laspeyres: $L_p = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} p_{it} \cdot q_{i0}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0} \cdot q_{i0}} .100$ **Paasche:** $P_p = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} p_{it} \cdot q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0} \cdot q_{it}} .100$ **Fisher:** $F_p = \sqrt{L_p . P_p}$

$$L_{p_0}^1 = \frac{6.2 + 11.2 + 20.3}{4.2 + 10.2 + 15.3} .100 = \frac{94}{73} .100 = 128{,}77$$

$$L_{p_0}^2 = \frac{5.2 + 12.2 + 25.3}{4.2 + 10.2 + 15.3} .100 = \frac{109}{73} .100 = 149{,}32$$

$$P_{p_0}^1 = \frac{6.5 + 11.1 + 20.3}{4.5 + 10.1 + 15.3} .100 = \frac{101}{75} .100 = 134{,}67$$

$$P_{p_0}^2 = \frac{5.4 + 12.1 + 25.2}{4.4 + 10.1 + 15.2} .100 = \frac{82}{56} .100 = 146{,}43$$

t	P_A	P_B	P_C	L_p	P_p	F_p
0	4	10	15	100	100	100
1	6	11	20	128,77	134,67	131,69
2	5	12	25	149,32	146,43	147,87

$$F_{p_0}^1 = \sqrt{L_{p_0}^1 . P_{p_0}^1} = \sqrt{128{,}77 . 134{,}67} = 131{,}69$$

$$F_{p_0}^2 = \sqrt{L_{p_0}^2 . P_{p_0}^2} = \sqrt{149{,}32 . 146{,}43} = 147{,}87$$

- Índices ponderados de CANTIDADES:

Laspeyres: $$L_q = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{it} \cdot p_{i0}}{\sum_{i=1}^{n} q_{i0} \cdot p_{i0}} .100$$ **Paasche:** $$P_q = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{it} \cdot p_{it}}{\sum_{i=1}^{n} q_{i0} \cdot p_{it}} .100$$ **Fisher:** $$F_q = \sqrt{L_q . P_q}$$

$$L_{q0}^{1} = \frac{5\,.\,4\,+\,1\,.\,10\,+\,3\,.\,15}{2\,.\,4\,+\,2\,.\,10+\,3\,.\,15}\,.\,100 = \frac{75}{73}\,.\,100 = 102{,}74$$

$$L_{q0}^{2} = \frac{4\,.\,4\,+\,1\,.\,10\,+\,2\,.\,15}{2\,.\,4\,+\,2\,.\,10+\,3\,.\,15}\,.\,100 = \frac{56}{73}\,.\,100 = 76{,}71$$

$$P_{q0}^{1} = \frac{5\,.\,6\,+\,1\,.\,11\,+\,3\,.\,20}{2\,.\,6\,+\,2\,.\,11+\,3\,.\,20}\,.\,100 = \frac{101}{94}\,.\,100 = 107{,}45$$

$$P_{q0}^{2} = \frac{4\,.\,5\,+\,1\,.\,12+\,2\,.\,25}{2\,.\,5\,+\,2\,.\,12+\,3\,.\,25}\,.\,100 = \frac{82}{109}\,.\,100 = 75{,}23$$

t	Q_A	Q_B	Q_C	L_q	P_q	F_q
0	2	2	3	100	100	100
1	5	1	3	102,74	107,45	105,07
2	4	1	2	76,71	75,23	75,97

$$F_{p0}^{1} = \sqrt{L_{p0}^{1}\,.\,P_{p0}^{1}} = \sqrt{102{,}74\,.\,107{,}45} = 105{,}07$$

$$F_{p0}^{2} = \sqrt{L_{p0}^{2}\,.\,P_{p0}^{2}} = \sqrt{76{,}71\,.\,75{,}23} = 75{,}97$$

- **Índice de Valor:** Evolución del valor de la serie a precios constantes (se deflactan los valores en precios corrientes o actuales)

$$\text{Índice Valor} = \frac{\overbrace{\text{Valor nominal}}^{\textit{(precios corrientes)}}}{\underbrace{\text{Valor real}}_{\textit{(precios constantes)}}}$$

$$IV_0^t = \frac{V_t}{V_0}\,.\,100 = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{it}\,.\,q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0}\,.\,q_{i0}}\,.\,100$$

$$IV_0^1 = \frac{6\,.\,5\,+\,11\,.\,1+\,20\,.\,3}{4\,.\,2\,+\,10\,.\,2+\,15\,.\,3}\,.\,100 = \frac{101}{73}\,.\,100 = 138{,}36$$

$$IV_0^2 = \frac{5\,.\,4\,+\,12\,.\,1+\,25\,.\,2}{4\,.\,2\,+\,10\,.\,2+\,15\,.\,3}\,.\,100 = \frac{82}{73}\,.\,100 = 112{,}33$$

	Índices Precios			Índices Cantidades			Índices Valor
Año	L_p	P_p	F_p	L_q	P_q	F_q	IV
0	100	100	100	100	100	100	100
1	128,77	134,67	131,69	102,74	107,45	105,07	138,36
2	149,32	146,43	147,87	76,71	75,23	75,97	112,33

4. Un grupo de estudiantes decide estudiar la evolución de los precios de tres artículos que consumen en sus tiempos de ocio: discoteca, cine, conciertos. Para ello estudian a lo largo de dos años el precio de las entradas (P_i) en euros y el número de veces que asisten a lo largo de un año (Q_i). Los resultados se recogen en la tabla:

	discoteca		cine		conciertos	
Año	P_i	Q_i	P_i	Q_i	P_i	Q_i
2010	12	25	5	70	30	10
2011	15	30	6	80	40	25

Obtenga los índices de precios y cantidades de Laspeyres, Paasche y Fisher tomando como base el periodo 2010.

Solución:

- Índices ponderados de PRECIOS:

Laspeyres: $L_p = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} p_{it} \cdot q_{i0}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0} \cdot q_{i0}} .100$ **Paasche:** $P_p = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} p_{it} \cdot q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0} \cdot q_{it}} .100$ **Fisher:** $F_p = \sqrt{L_p . P_p}$

$$L_{p_{10}}^{11} = \frac{15\,.\,25 + 6\,.\,70 + 40\,.\,10}{12\,.\,25 + 5\,.\,70 + 30\,.\,10}\,.\,100 = \frac{1195}{950}\,.\,100 = 125{,}79$$

$$P_{p_{10}}^{11} = \frac{15\,.\,30 + 6\,.\,80 + 40\,.\,25}{12\,.\,30 + 5\,.\,80 + 30\,.\,25}\,.\,100 = \frac{1930}{1510}\,.\,100 = 127{,}81$$

$$F_{p_{10}}^{11} = \sqrt{L_{p_{10}}^{11}\,.\,P_{p_{10}}^{11}} = \sqrt{125{,}79\,.\,127{,}81} = 126{,}80$$

Año	L_p	P_p	F_p
2010	100	100	100
2011	125,79	127,81	126,80

- Índices ponderados de CANTIDADES:

Laspeyres: $L_q = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} q_{it} \cdot p_{i0}}{\sum_{i=1}^{n} q_{i0} \cdot p_{i0}} .100$ **Paasche:** $P_q = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} q_{it} \cdot p_{it}}{\sum_{i=1}^{n} q_{i0} \cdot p_{it}} .100$ **Fisher:** $F_q = \sqrt{L_q . P_q}$

$$L_{q_{10}}^{11} = \frac{30\,.\,12 + 80\,.\,5 + 25\,.\,30}{25\,.\,12 + 70\,.\,5 + 10\,.\,30}\,.\,100 = \frac{1510}{950}\,.\,100 = 158{,}95$$

$$P_{q_{10}}^{11} = \frac{30\,.\,15 + 80\,.\,6 + 25\,.\,40}{25\,.\,15 + 70\,.\,6 + 10\,.\,40}\,.\,100 = \frac{1930}{1195}\,.\,100 = 161{,}51$$

$$F_{q_{10}}^{11} = \sqrt{L_{q_{10}}^{11}\,.\,P_{q_{10}}^{11}} = \sqrt{158{,}95\,.\,161{,}51} = 160{,}22$$

Año	L_q	P_q	F_q
2010	100	100	100
2011	158,95	161,51	160,22

5. Antonio alquiló un local el 1 de enero de 2010 por 3000 euros mensuales, impuestos no incluidos. La revisión del alquiler se efectúa según los valores del IPC. Dispone de dos tablas con información sobre el IPC de cada año. (Base 2005=100).

Mes de enero	2010	2011	2012
IPC %	128,712	133,413	138,34

Antonio quiere saber cuál será la renta que tendrá que pagar en 2013 si la previsión del IPC para enero de 2013 está en 1,8% de incremento sobre el año el mes de enero del año 2012.

Solución:

$IPC_{2013} = IPC_{2012}\,.\,(1{,}018) = 138{,}34\,.\,(1{,}018) = 140{,}83$

Mes de enero	2010	2011	2012	2013
IPC %	128,712	133,413	138,34	140,83
Índice IPC		(133,413/128,712)=1,03652	(138,34/133,413)=1,03693	
Incremento IPC %		[(133,413/128,712) - 1].100 = 3,652	[(138,34/133,413) - 1].100 = 3,693	1,8
Alquiler	3000 €	3000 . 1,03652 = 3109,56 €	3109,56 . 1,03693 = 3224,40 €	3282,44 €

Antonio tiene que pagar en el 2013 una renta de 3282,44 euros $\left[3224{,}40\,.\,1{,}018 = 3282{,}44\ €\right]$

6. Se conoce la información sobre la evolución de precios de los bienes y servicios consumidos por un estudiante. Rellene el siguiente cuadro con las cantidades correspondientes.

Año	Índice General	Índice cafetería	Índice transporte	Índice ocio	Índice otros
2010		149 %	157 %	133 %	142 %
2011		160 %	165 %	143 %	
Ponderación	100 %	15 %	35 %		20 %
Variación porcentaje					4,225 %

Solución:

Año	Índice General	Índice cafetería	Índice transporte	Índice ocio	Índice otros
2010	**145,6 %**	149 %	157 %	133 %	142 %
2011	**154,25 %**	160 %	165 %	143 %	**142 x 1,04225 = 148 %**
Ponderación	100 %	15 %	35 %	**100 % - 70 % = 30 %**	20 %
Variación porcentaje	**5,941**	**7,383**	**5,096**	**[(143/133) - 1].100 = = 7,519**	4,225 %

$$I_G^{2010} = 149\,.\,0{,}15 + 157\,.\,0{,}35 + 133\,.\,0{,}3 + 142\,.\,0{,}2 = 145{,}6\%$$

% Tasa de variación: $TV_t^{t+1} = \left[\frac{I_{t+1}}{I_t} - 1\right].100$ Repercusión: R_i = (Tasa variación) x (Ponderación)

El Índice General es como un IPC para el estudiante, un Índice de Laspeyres, denotando por I_i los índices de cada grupo y w_i las ponderaciones de cada bien o servicio:

$$L_p^{2010} = \frac{\sum_{i=1}^{4} I_i . w_i}{\sum_{i=1}^{4} w_i} = \frac{149 . 15 + 157 . 35 + 133 . 30 + 142 . 20}{15 + 35 + 30 + 20} = 145{,}6$$

$$L_p^{2011} = \frac{\sum_{i=1}^{4} I_i . w_i}{\sum_{i=1}^{4} w_i} = \frac{160 . 15 + 165 . 35 + 143 . 30 + 148 . 20}{15 + 35 + 30 + 20} = 154{,}25$$

7. En la elaboración de un índice de precios, en un determinado período, se decide cambiar la base cortándose la serie en dicho período. Enlace las dos series de manera que se obtenga una serie completa en base 100% en 2008.

Año	Índice base 2005=100	Índice base 2008=100
2005	100 %	
2006	120 %	
2007	150 %	
2008	180 %	100 %
2009		110 %
2010		133 %
2011		150 %

Solución:

Coeficiente enlace 2005: $\frac{180}{100} = 1{,}8$ Coeficiente enlace 2008: $\frac{100}{180} = 0{,}55556$

Año	Índice base 2005=100	Índice base 2008=100
2005	100 %	100 . 0,55556 = 55,56 %
2006	120 %	120 . 0,55556 = 66,67 %
2007	150 %	150 . 0,55556 = 83,33 %
2008	180 %	100 %
2009	110 . 1,8 = 198 %	110 %
2010	133 . 1,8 = 239,4 %	133 %
2011	153 . 1,8 = 270 %	150 %

8. En cierto país el salario medio por hora, en unidades monetarias corrientes, de los trabajadores de un determinado sector productivo y los índices de precio de consumo a lo largo de los seis últimos años fueron:

Años	Salario/hora €	Índice de precios (2000 = 100)
2006	5,2	144
2007	5,8	166
2008	6	179
2009	6,3	194
2010	6,4	204
2011	8,4	209

a) Calcule los índices de precios con base 2006

b) Exprese el salario en unidades monetarias constantes de 2006

c) ¿Cuáles fueron las variaciones anuales del salario en términos corrientes durante estos años?

d) ¿Cuáles fueron las variaciones anuales del salario en términos reales durante estos años?

e) Calcule la tasa media anual acumulativa de los salarios en términos nominales y reales.

Solución:

a) Coeficiente de enlace base 2006: $k = 100/144 = 0,69445$

Años	Salario/hora €	Índice de precios (2000 = 100)	Índice de precios (2006=100) (0,69445) x base 2000
2006	5,2	144	100
2007	5,8	166	166 . 0,69445 = 115,28
2008	6	179	179 . 0,69445 = 124,31
2009	6,3	194	194 . 0,69445 = 134,72
2010	6,4	204	204 . 0,69445 = 141,67
2011	8,4	209	209 . 0,69445 = 145,14

b y c) Tasas de variación interanual del salario en términos constantes y reales:

$$TV_{i-1}^{i} = \frac{\text{salario}_i}{\text{salario}_{i-1}} - 1 = \left[I_{i-1}^{i} - 1 \right]$$

Años	Salario	Índice de precios (2006 = 100)	Salarios constantes (Salario / IPC_{2006}).100	Tasa variación relativa (Incremento nominal) TV_{i-1}^{i}	Tasa variación relativa real (Incremento real) - Deflactada $[\,TV_{i-1}^{i}\,]_{constantes}$
2006	5,2	100	5,2	-------------	-------------
2007	5,8	115,28	(5,8/115,28).100 = 5,03	(5,8/5,2) - 1 = 0,11538	(5,03/5,2) - 1 = -0,03269
2008	6	124,31	(6/124,31).100 = 4,83	(6/5,8) - 1 = 0,03448	(4,83/5,03) - 1 = -0,03976
2009	6,3	134,72	(6,3/134,72).100 = 4,68	(6,3/6) - 1 = 0,00500	(4,68/4,83) - 1 = -0,03106
2010	6,4	141,67	(6,4/141,67).100 = 4,52	(6,4/6,3) - 1 = 0,01587	(4,52/4,68) - 1 = -0,03419
2011	8,4	145,14	(8,4/145,14).100 = 5,79	(8,4/6,4) - 1 = 0,31250	(5,79/4,52) - 1 = 0,28097

d) Tasa de variación media anual (TVM) de los salarios en términos nominales y reales:

Tasa variación media anual: $TVM_0^t = \sqrt[t]{\prod_{i=1}^{t}(TV_{i-1}^i + 1)} - 1$

Años	Salario	Tasa variación nominal TV_{i-1}^i	Tasa variación real $[TV_{i-1}^i]_{constantes}$	$TV_{i-1}^i + 1$	$[TV_{i-1}^i]_{constantes} + 1$
2006	5,2	-------------	-------------	-------------	-------------
2007	5,8	0,11538	-0,03269	1,11538	0,96731
2008	6,0	0,03448	-0,03976	1,03448	0,96024
2009	6,3	0,05000	-0,03106	1,05000	0,96894
2010	6,4	0,01587	-0,03419	1,01587	0,96581
2011	8,4	0,31250	0,28097	1,31250	1,28097
			$\prod_{i=1}^{5}(TV_{i-1}^i + 1)$	1,61537	1,11346
			$\sqrt[5]{\prod_{i=1}^{5}(TV_{i-1}^i + 1)}$	1,10066	1,02173
			$TVM_{2006}^{2011} = \sqrt[5]{\prod_{i=1}^{5}(TV_{i-1}^i + 1)} - 1$	0,10066	0,02173

- Tasa variación media anual de salarios nominales: 10,07 %
- Tasa variación media anual de salarios reales: 2,173 %

9. El conjunto de bienes de consumo se ha clasificado en tres grupos. Los precios y cantidades de cada grupo, para cuatro años son las siguientes:

	Grupo 1		Grupo 2		Grupo 3	
Año	P_1	Q_1	P_2	Q_2	P_3	Q_3
2008	3	5	7	3	8	4
2009	4	7	9	8	10	10
2010	5	8	6	4	8	8
2011	6	5	7	7	10	10

Calcular:

a) Los índices de precios de Paasche, con base en el año 2008.

b) Dados los salarios monetarios:
Año 2008: 120 u.m.
Año 2009: 140 u.m.
Año 2010: 180 u.m.
Año 2011: 200 u.m.
Exprese dichos salarios en unidades monetarias del año 2008.

Solución:

a) Índices ponderados de Precios de Paasche: $P_p = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} p_{it} \cdot q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0} \cdot q_{it}} .100$

$$P_{p08}^{09} = \frac{4\,.\,7 + 9\,.\,8 + 10\,.\,10}{3\,.\,7 + 7\,.\,8 + 8\,.\,10}\,.\,100 = \frac{200}{157}\,.\,100 = 127{,}39$$

$$P_{p08}^{10} = \frac{5\,.\,8 + 6\,.\,4 + 8\,.\,8}{3\,.\,8 + 7\,.\,4 + 8\,.\,8}\,.\,100 = \frac{128}{116}\,.\,100 = 110{,}34$$

$$P_{p08}^{11} = \frac{6\,.\,5 + 7\,.\,7 + 10\,.\,10}{3\,.\,5 + 7\,.\,7 + 8\,.\,10}\,.\,100 = \frac{179}{144}\,.\,100 = 124{,}31$$

b) Salarios en unidades monetarias de 2008:

Año	Salarios	Índice Precios Paasche (2008 = 100)	Salarios constantes (Salarios/P_p) x 100
2008	120	100	[120 /100] . 100 = 120
2009	140	127,39	[140/127,39] . 100 = 109,91
2010	180	110,34	[180/110,34] . 100 = 163,13
2011	200	124,31	[200/124,31] . 100 = 160,90

10. Una empresa de electrodomésticos facilita la serie de números índices del precio medio de frigoríficos durante el período (2005-2011), con base en 2000.

Año	% Índice precio medio Frigoríficos (base 2000)
2005	114
2006	123
2007	131
2008	176
2009	202
2010	208
2011	212

El precio del frigorífico en 2005 fue de 420 euros. ¿Cuál sería el precio del electrodoméstico en 2011?

Solución: Coeficiente de enlace base 2011: $k = 100 / 114 = 0{,}8772$

Año	% Índice precio medio Frigoríficos (base 2000)	% Índice precio medio Frigoríficos (base 2005)
2005	114	114 . 0,8772 = 100
2006	123	123 . 0,8772 = 107,895
2007	131	131 . 0,8772 = 114,913
2008	176	176 . 0,8772 = 154,387
2009	202	202 . 0,8772 = 177,194
2010	208	208 . 0,8772 = 182,457
2011	212	212 . 0,8772 = 185,966

Precio medio del frigorífico en 2011: $\text{Precio}_{2011} = 420 \times 1{,}85966 = 781$ euros

11. A partir de los datos mensuales del IPCA (Índice de Precios de Consumo Armonizado, base 1996) publicados por el INE, calcula las tasas de variación intermensuales e interanuales correspondientes.

	% IPCA		
Meses	2002	2003	2004
Enero	114,2	118,5	121,2
Febrero	114,3	118,7	122,2
Marzo	115,3	119	
Abril	116,9	118,5	
Mayo	117,3	118,7	
Junio	117,3	119,6	
Julio	116,5	120,6	
Agosto	116,9	120,5	
Septiembre	117,3	120,8	
Octubre	118,4	121,6	
Noviembre	118,6	122	
Diciembre	119	122,2	

Solución:

	IPCA	% $TV_{mensual}$	% TV_{anual}
Enero 2002	114,2		
Febrero 2002	114,3	0,088	
Marzo 2002	115,3	0,875	
Abril 2002	116,9	1,388	
Mayo 2002	117,3	0,342	
Junio 2002	117,3	0,000	
Julio 2002	116,5	-0,682	
Agosto 2002	116,9	0,343	
Septiembre 2002	117,3	0,342	
Octubre 2002	118,4	0,938	
Noviembre 2002	118,6	0,169	
Diciembre 2002	119	0,337	
Enero 2003	118,5	-0,420	3,765
Febrero 2003	118,7	0,169	3,850
Marzo 2003	119	0,253	3,209
Abril 2003	118,5	-0,420	1,369
Mayo 2003	118,7	0,169	1,194
Junio 2003	119,6	0,758	1,961
Julio 2003	120,6	0,836	3,519
Agosto 2003	120,5	-0,083	3,080
Septiembre 2003	120,8	0,249	2,984
Octubre 2003	121,6	0,662	2,703
Noviembre 2003	122	0,329	2,867
Diciembre 2003	122,2	0,164	2,689
Enero 2004	121,2	-0,818	2,278
Febrero 2004	122,2	0,825	2,949

La **tasa de variación** de una magnitud **x** en el periodo **(t, t-s)** se define:

$$TV_{t-s}^{t} = \left[\frac{x_t - x_{t-s}}{x_{t-s}}\right].100 = \left[\frac{x_t}{x_{t-s}} - 1\right].100$$

- La primera tasa variación intermensual $TV_{mensual}$:

$$\%TV_{enero}^{febrero} = \left[\frac{114,3}{114,2} - 1\right]100 = 0,088\%$$

- La primera tasa de variación interanual TV_{anual} será entre enero de 2002 y enero de 2003:

$$\%TV_{enero2002}^{enero2003} = \left[\frac{118,5}{114,2} - 1\right]100 = 3,765\%$$

12. Un sector de la economía nacional dispone del valor de producción a precios corrientes de cada año (miles de euros) y los índices de precios de Laspeyres y Fisher.

Año	Producción (precios corrientes)	% L_p	% F_p
2006	66.112	100	100
2007	78.147	104,22	105,34
2008	91.357	107,25	108,94
2009	88.854	109,05	111,36
2010	92.892	114,87	117,67
2011	101.336	126,35	130,18

Utilizando el deflactor más idóneo, calcular la producción anual en precios constantes de 2006.

Solución:

Para calcular el valor real (precios constantes) de una magnitud se requiere deflactar el valor nominal (precios corrientes), *eliminando la influencia que han experimentado los precios*. Para ello, se deflacta la serie dividiendo el valor nominal entre un índice de precios.

$$\underset{\textit{(precios constantes)}}{\text{Valor real}} = \frac{\underset{\textit{(precios corrientes)}}{\text{Valor nominal}}}{\text{Índice precios}} \qquad V_t^R = \frac{V_t^N}{I_{p,0}^t} \, . \, 100$$

El deflactor más adecuado es el de Paasche, ya que con éste índice de precios se obtiene una relación entre valores monetarios corrientes y valores monetarios constantes.

$$\text{Índice de Paasche:} \quad P_p = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{it} \, . \, q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0} \, . \, q_{it}} \qquad V_t^R = \frac{V_t^N}{P_p} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{it} \, . \, q_{it}}{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} p_{it} \, . \, q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0} \, . \, q_{it}}} = \sum_{i=1}^{n} p_{i0} \, . \, q_{it}$$

El índice de precios de Fisher $F_p = \sqrt{L_p . P_p} \quad \mapsto \quad P_p = \dfrac{(F_p)^2}{L_p}$

Año	Producción (precios corrientes) V_t^N	% L_p	% F_p	$\%P_p = \dfrac{(F_p)^2}{L_p}$	Producción (precios constantes 2006) $V_t^R = \dfrac{V_t^N}{P_p}$
2006	66.112	100	100	100	66112
2007	78.147	104,22	105,34	106,47	73397
2008	91.357	107,25	108,94	110,66	82559
2009	88.854	109,05	111,36	113,72	78135
2010	92.892	114,87	117,67	120,54	77064
2011	101.336	126,35	130,18	134,13	75553

13. En determinado sector económico conservan los índices salariales de distintos periodos temporales con bases diferentes. Unificar los índices en una serie con la base más actual.

1995	100
1996	104,3
1997	106,1
1998	107,7
1999	110,8
2000	113,4
2001	116

2001	100
2002	102,2
2003	105,6
2004	109,1
2005	113,3
2006	117,9

2006	100
2007	101,8
2009	105,7
2009	108,9
2010	110,3

Solución:

Año	Base 1995	Base 2001	Base 2006
1995	100	**86,2**	**73,11**
1996	104,3	**89,9**	**76,26**
1997	106,1	**91,5**	**77,57**
1998	107,7	**92,8**	**78,74**
1999	110,8	**95,5**	**81,01**
2000	113,4	**97,8**	**82,91**
2001	116	100	84,82
2002		102,2	86,68
2003		105,6	89,57
2004		109,1	92,54
2005		113,3	96,10
2006		117,9	100
2007			101,8
2009			105,7
2009			108,9
2010			110,3

Etapas

→ Se convierten los números índices en base 1995 a base 2001. Para ello, se multiplica cada índice en base 1995 por el enlace técnico (100/116 = 0,862)

→ Se convierten los números índices en base 2001 a base 2006. Para ello, se multiplica cada índice en base 2001 por el enlace técnico (100/117,9 = 0,8482)

14. Una factoría española ha calculado los índices del precio medio de automóviles (índice de Paasche de precios) y de los ingresos por ventas, reflejados en la tabla adjunta:

	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Precio medio automóvil (base 2005)	100	113	126	114	117	119	123
Índice ingresos (base 1997)	335	380	416	402	424	407	461

a) Hallar la serie de números índice de automóviles vendidos por la empresa en (2005 - 2011)

b) ¿Qué tipo de índice cuántico se ha hallado en el apartado anterior?.

Solución:

a) En primer lugar hay que unificar las bases. En consecuencia, transformar el índice de ingresos (base 1997) a base de referencia del precio medio 2005

Año	Precio medio automóvil (% base 2005)	Índice ingresos (% base 1997)	Índice ingresos (% base 2005)
2005	100	335	100
2006	113	380	113,43
2007	126	416	124,18
2008	114	402	120
2009	117	424	126,57
2010	119	407	121,49
2011	123	461	137,61

Enlace técnico

Se convierten los índices de ingresos en base 1997 a base 2005.
Para ello, se multiplica cada índice en base 1997 por el enlace técnico (100/335 = 0,2985)

El índice de ingresos (**índice de valor**) es una magnitud que refleja las variaciones habidas tanto en precios como en cantidades vendidas. Así, un índice de valor es el producto de los índices de precios y cantidades: $IV_0^t = I_{P,0} \,.\, I_{Q,0}$

El índice del volumen de ventas $I_{Q,0} = \dfrac{IV_0^t}{I_{P,0}} \equiv \left(\dfrac{\text{índice ingresos}}{\text{índice precios}}\right)$

Año	Precio medio automóvil (% base 2005)	Índice ingresos (% base 2005)	Índice volumen ventas (% base 2005)
2005	100	100	100
2006	113	113,43	(113,43/113).100 = 100,38
2007	126	124,18	(124,18/126).100 = 98,56
2008	114	120	(120/114).100 = 105,26
2009	117	126,57	(126,57/117).100 = 108,18
2010	119	121,49	(121,49/119).100 = 102,09
2011	123	137,61	(137,61/123).100 = 111,88

b) Partiendo del índice de valor, multiplicando y dividiendo por la misma cifra (cantidades del año t a precios del año base), se tiene:

$$IV_0^t = \frac{V_t}{V_0} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{it}\,.\,q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0}\,.\,q_{i0}} \,.\, \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{i0}\,.\,q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0}\,.\,q_{it}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{it}\,.\,q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0}\,.\,q_{it}} \,.\, \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{i0}\,.\,q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0}\,.\,q_{i0}} = P_{P,0} \,.\, L_{Q,0}$$

→ Si el índice de precios es el de Paasche, el índice cuántico hallado es el de Laspeyres.

Análogamente, multiplicando y dividiendo por la misma cifra (cantidades del año base a precios del año t), se tiene:

$$IV_0^t = \frac{V_t}{V_0} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{it}\,.\,q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0}\,.\,q_{i0}} \,.\, \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{it}\,.\,q_{i0}}{\sum_{i=1}^{n} p_{it}\,.\,q_{i0}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{it}\,.\,q_{i0}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0}\,.\,q_{i0}} \,.\, \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{it}\,.\,q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} p_{it}\,.\,q_{i0}} = L_{P,0} \,.\, P_{Q,0}$$

→ Si el índice de precios es el de Laspeyres, el índice cuántico es el de Paasche.

15. Una empresa dispone de la serie de índice de precios que se adjunta, y del salario medio mensual en euros percibido por sus empleados.

Año	Índice de precios (% base 2002)	Índice de precios (% base 2007)	Salario nominal
2002	178		1000
2003	194		1100
2004	198		1150
2005	202		1200
2006	204	100	1220
2007		105	1250
2008		107	1280
2009		110	1300
2010		113	1370
2011		115	1385

a) Determinar en qué año se ha producido el mayor incremento salarial en términos reales.

b) ¿Qué ha ocurrido con el poder adquisitivo de los empleados durante estos años?.

Solución:

a) Hay que unificar las bases del índice de precios, tomando como base la más actual (2007).

	Índice de precios (I_P)				
Año	(% base 2002)	(% base 2007)	Salario nominal	Salario real (base = 2007)	$\% \ TV_{t-1}^{t}$ % Tasa variación
2002	178	87,25	1000	1146,07	-------
2003	194	95,10	1100	1156,70	0,93
2004	198	97,06	1150	1184,85	2,43
2005	202	99,02	1200	1211,88	2,28
2006	204	100	1220	1220	0,67
2007		105	1250	1190,48	-2,42
2008		107	1280	1196,26	0,49
2009		110	1300	1181,82	-1,21
2010		113	1370	1212,39	2,59
2011		115	1385	1204,35	-0,66

→ **Enlace técnico:** Para transformar el índice de precios en base 2002 a base 2007, se multiplica cada índice en base 2002 por el coeficiente (100/204 = 0,4902).

→ **Salario real:** Se divide cada salario nominal por el correspondiente índice de precios, obteniendo el salario real a precios constantes de 2007.

Tasa de variación (incremento salarial)**:** Obtenida la serie en salarios reales a precios constantes de 2007, se calculan las correspondientes tasas de variación interanuales, mediante la expresión:

$$\% \ TV_{t-1}^{t}(\text{salario}) = \left[\frac{\text{salario}_t - \text{salario}_{t-1}}{\text{salario}_{t-1}}\right] 100 = \left[\frac{\text{salario}_t}{\text{salario}_{t-1}} - 1\right] 100$$

con lo cual,

$\% TV_{2002}^{2003} = [(1156,70/1146,07) - 1].100 = 0,93$ ..... $\% TV_{2009}^{2010} = [(1212,39/1181,82) - 1].100 = 2,59$ ......

b) Para clarificar qué ha ocurrido con el poder adquisitivo de los empleados durante este periodo, se calculan los números índices de las magnitudes de los precios, salario nominal y salario real.

- Índice de precios: $I_{P02}^{07} = \frac{I_{P,07}}{I_{P,02}} 100 = \frac{115}{87,25} 100 = 131,81\%$ Los precios subieron un 31,81 %

- Salario nominal: $S_{N02}^{07} = \frac{S_{N,07}}{S_{N,02}} 100 = \frac{1385}{1000} 100 = 138,5\%$ El salario nominal (precios corrientes) creció un 38,5 %

- Salario real: $S_{R02}^{07} = \frac{S_{R,07}}{S_{R,02}} 100 = \frac{1204,35}{1146,07} 100 = 105,09\%$ El salario real (precios constantes 2007) aumentó un 5,09 %

siendo, $S_{N02}^{07} = I_{P02}^{07} . S_{R02}^{07} \equiv 138,5 = (1,3181 .\ 1,0509) . 100$

Aunque el crecimiento de los salarios en precios corrientes creció un 38,5%, el elevado crecimiento de los precios (31,81%), hace que el poder adquisitivo real de los empleados solo creciera un 5,09%.

16. En la tabla adjunta se presenta el valor de importaciones de un país durante los años 2009 y 2010.

Importaciones	2009	2010
Alimentos	1010	1200
Otros bienes de consumo	7450	7955
Bienes de capital	2400	2210
Bienes intermedios	4755	6256
TOTAL	15615	17621

Se sabe que las importaciones tanto de alimentos como de otros bienes de consumo se pagaron un 3% más caras en 2010 que en 2009.
Las importaciones de bienes de capital subieron sus precios un 1,2% y las de bienes intermedios bajaron un 0,5%.

Se pide:

a) Calcular el índice de precios total de las importaciones en 2010 con base 2009, utilizando Laspeyres y Paasche.

b) ¿Cuánto crecieron las importaciones en cantidad en 2009 con respecto a 2010?

Solución:

a)

- Utilizando el índice de precios de Laspeyres:

Importaciones	Laspeyres $p_{i,09} \cdot q_{i,09}$	$p_{i,10} \cdot q_{i,10}$	$p_{i,10} \cdot q_{i,09}$
Alimentos	1010	1200	1,03 x 1010 = 1040,3
Otros bienes de consumo	7450	7955	1,03 x 7450 = 7673,5
Bienes de capital	2400	2210	1,012 x 2400 = 2428,8
Bienes intermedios	4755	6256	0,995 x 4755 = 4731,23
TOTAL	15615	17621	15873,83

$$L_p = \frac{\sum_{i=1}^{4} p_{i,10} \cdot q_{i,09}}{\sum_{i=1}^{4} p_{i,09} \cdot q_{i,09}} \,.\, 100 = \frac{15873,83}{15615} \,.\, 100 = 101,66\%$$

- Utilizando el índice de precios de Paasche:

Importaciones	Paasche $p_{i,09} \cdot q_{i,09}$	$p_{i,10} \cdot q_{i,10}$	$p_{i,09} \cdot q_{i,10}$
Alimentos	1010	1200	1200/1,03 = 1165,05
Otros bienes de consumo	7450	7955	7955/1,03 = 7723,30
Bienes de capital	2400	2210	2210/1,012 = 2183,79
Bienes intermedios	4755	6256	6256/0,995 = 6287,44
TOTAL	15615	17621	17359,58

$$P_p = \frac{\sum_{i=1}^{4} p_{it} \cdot q_{it}}{\sum_{i=1}^{4} p_{i0} \cdot q_{it}} \,.\, 100 = \frac{17621}{17359,58} \,.\, 100 = 101,51\%$$

b) Para calcular los índices cuánticos de Laspeyres y Paasche se requiere hallar previamente el índice de valor de las importaciones entre 2009 con base 2010.

$$IV_{09}^{10} = \frac{V_{10}}{V_{09}} = \frac{\sum_{i=1}^{4} p_{i,10} \cdot q_{i,10}}{\sum_{i=1}^{4} p_{i,09} \cdot q_{i,09}} = \frac{17621}{15615} = 1,1285 \quad (112,85\%)$$

$$\text{Siendo,}\ \ IV_0^t = L_{P0}^{\,t} \,.\, P_{Q0}^{\,t} = P_{P0}^{\,t} \,.\, L_{Q0}^{\,t} \quad \begin{cases} P_{Q09}^{\,10} = \dfrac{IV_{09}^{10}}{L_{P09}^{\,10}} \,.\, 100 = \dfrac{112,85}{101,66} \,.\, 100 = 111,01\% \\[2ex] L_{Q09}^{\,10} = \dfrac{IV_{09}^{10}}{P_{P09}^{\,10}} \,.\, 100 = \dfrac{112,85}{101,51} \,.\, 100 = 111,17\% \end{cases}$$