	UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO **MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II**	**6**

INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN

INSTRUCCIONES: El alumno deberá elegir una de las dos opciones A o B que figuran en el presente examen y contestar razonadamente a los cuatro ejercicios de los que consta la opción elegida.
Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.
CALIFICACIÓN: La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

TIEMPO: Una hora y treinta minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Calificación máxima: 3 puntos)

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & -1 & k \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, se pide

(a) Para $k = 4$, calcúlese el determinante de la matriz $3A^2$.
(b) Para $k = 2$, calcúlese (si existe) la matriz inversa A^{-1}.
(c) Discútase la existencia de solución del sistema lineal $AX = B$ según los diferentes valores del parámetro k.

Ejercicio 2. (Calificación máxima: 3 puntos)

Se considera la función real de variable real $f(x) = \dfrac{4-2x}{x^2}$.

(a) Determínense los máximos y mínimos locales y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f.
(b) Hállense los puntos de inflexión y los intervalos de concavidad y convexidad de f.
(c) Determínense las asíntotas y los puntos de corte con los ejes. Esbócese la gráfica de f.

Ejercicio 3. (Calificación máxima: 2 puntos)

Una ferretería tiene en su almacén bombillas de bajo consumo: 500 bombillas de 20 W, 300 de 15 W y 200 de 12 W. Los controles de calidad realizados por la empresa que fabrica las bombillas han permitido determinar las probabilidades de fallo de cada tipo de producto durante la primera hora de encendido, siendo de 0,03 para las bombillas de 20 W, de 0,02 para las de 15 W y de 0,01 para las bombillas de 12 W.

(a) Se elige al azar una bombilla del almacén, ¿cuál es la probabilidad de que se produzca un fallo durante la primera hora de encendido?
(b) Se somete al control de calidad una bombilla del almacén elegida al azar y falla en su primera hora de encendido, ¿cuál es la probabilidad de que sea una bombilla de 20 W?

Ejercicio 4. (Calificación máxima: 2 puntos)

El consumo anual de carne en un cierto país se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal con desviación típica 16 kg.

(a) Se toma una muestra aleatoria simple de 64 residentes y se obtiene un consumo medio de 42 kg de carne al año. Determínese un intervalo de confianza con un nivel del 90 % para el consumo anual medio de carne en dicho país.
(b) ¿Qué tamaño mínimo debería tener la muestra para garantizar, con el mismo nivel de confianza, que el error de la estimación del consumo anual medio sea menor que 1 kg?

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (Calificación máxima: 3 puntos)

Una compañía aérea oferta hasta un máximo de 60 plazas en sus vuelos diarios entre Madrid y Lisboa. Las plazas de clase turista se ofrecen a 40 euros, mientras que las de primera clase tienen un precio de venta de 75 euros. Por normativa internacional, el número de plazas ofertadas de primera clase debe ser inferior o igual al doble de las plazas de clase turista y superior o igual a la mitad de las plazas de dicha clase turista. Además, por motivos de estrategia empresarial, la compañía tiene que ofrecer como mínimo 10 plazas de clase turista.

¿Qué número de plazas de cada clase se deben ofertar diariamente con el objetivo de maximizar los ingresos de la aerolínea? Determínese dicho ingreso máximo.

Ejercicio 2. (Calificación máxima: 3 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por

$$f(x) = ax^2 - \frac{b}{x}.$$

(a) Hállense los valores de a y b para que la recta tangente a la gráfica de f en $x = 1$ tenga como ecuación $y = 3x - 2$.

(b) Hállense los valores de a y b para que la función f tenga en $(1, 0)$ un punto de inflexión.

(c) Hállense los valores de a y b de manera que f no tenga asíntotas y $\int_0^1 f(x)\,dx = 1$.

Ejercicio 3. (Calificación máxima: 2 puntos)

Los 30 alumnos de una Escuela de Idiomas estudian obligatoriamente Inglés y Francés. En las pruebas finales de estas materias se han obtenido los siguientes resultados: 18 han aprobado Inglés, 14 han aprobado Francés y 6 han aprobado los dos idiomas.

(a) Se elige un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no haya aprobado ni Inglés ni Francés?

(b) Se elige un estudiante al azar de entre los aprobados de Francés, ¿cuál es la probabilidad de que también haya aprobado Inglés?

Ejercicio 4. (Calificación máxima: 2 puntos)

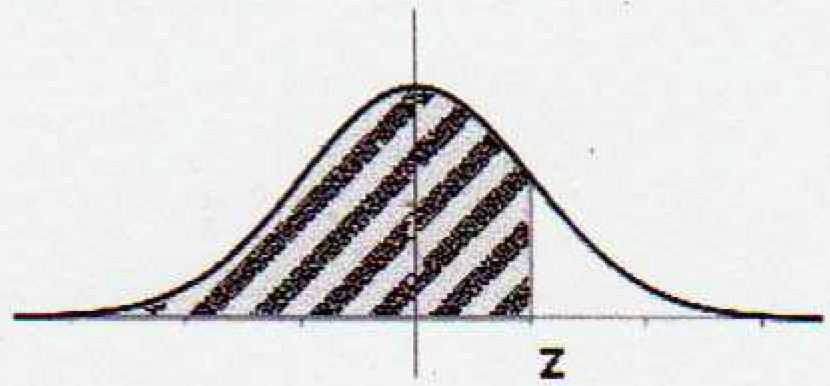
Se considera una variable aleatoria con distribución normal de media μ y desviación típica σ. Sea $\overline{X}$ la media en una muestra aleatoria simple de tamaño 100 elementos.

(a) Determínese el valor de σ sabiendo que $I = (125{,}2\,;\,144{,}8)$ es un intervalo de confianza con un nivel del 95 % para la media poblacional μ.

(b) Si $\sigma = 20$, calcúlese la probabilidad $P(1 \leq \mu - \overline{X} \leq 4)$.

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de z.



z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7652
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8930
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9561	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9934	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9901	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

ESQUEMA DE LA SOLUCIÓN

OPCIÓN A

Ejercicio A1

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & -1 & k \end{pmatrix} \quad \det(A) = 2k - 2 - 6 + 2 = 2k - 6.$$

a) Para $k = 4$
$\det(3A^2) = 3^3 \cdot (\det A)^2 = 3^3 \cdot 2^2 = 27 \cdot 4 = 108$

b) Para $k = 2$

$$A^{-1} = \frac{1}{-2}\begin{pmatrix} 6 & -1 & -2 \\ 2 & -1 & 0 \\ -8 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & \frac{1}{2} & 1 \\ -1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 4 & -\frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix}$$

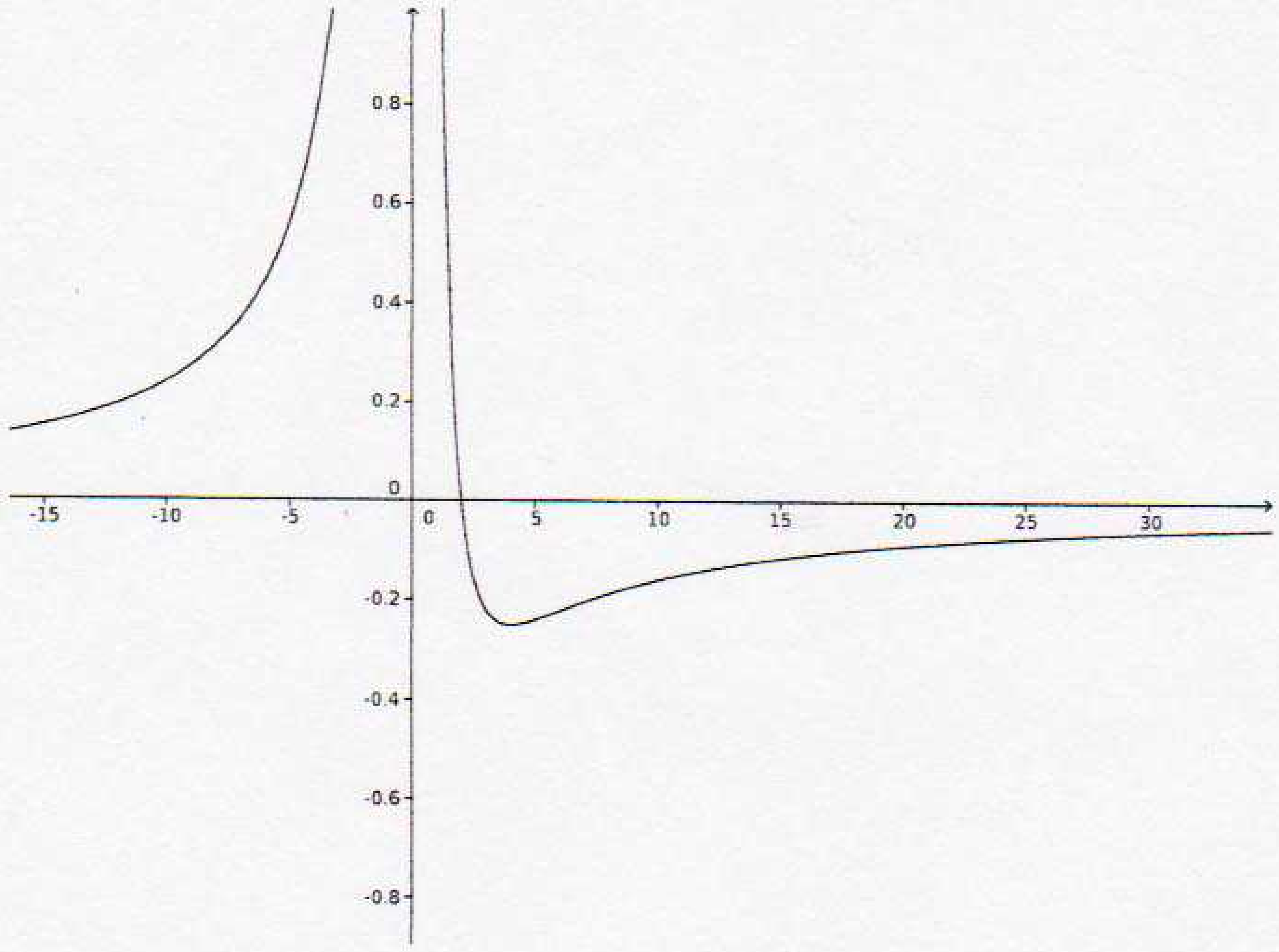
c) Para $k \neq 3$, $\det(A) \neq 0 \Longrightarrow$ Sistema Compatible Determinado.
Para $k = 3$ el rango de la matriz de coeficientes es 2 y el de la ampliada 3. El sistema es incompatible.

Ejercicio A2
$f(x) = \dfrac{4-2x}{x^2}$.

a) $f'(x) = \dfrac{-2x^2 - 2x(4-2x)}{x^4} = \dfrac{-2x - 8 + 4x}{x^3} = \dfrac{2x-8}{x^3}$
Creciente: $(-\infty, 0) \cup (4, +\infty)$.
Decreciente: $(0, 4)$.
Mínimo local en $x = 4$.

b) $f''(x) = \dfrac{2x^3 - 3x^2(2x-8)}{x^6} = \dfrac{2x - 6x + 24}{x^4} = \dfrac{24 - 4x}{x^4}$
Punto de inflexión en $x = 6$.
$f'' > 0$ en $(-\infty, 0) \cup (0, 6)$.
$f'' < 0$ en $(6, +\infty)$.

c) Asíntota vertical $x = 0$.
Asíntota horizontal $y = 0$.
Punto de corte con los ejes $(2, 0)$.



Ejercicio A3

20W	500	(50 %)	P(F ∣ 20W)=0,03
15W	300	(30 %)	P(F ∣ 15W)=0,02
12W	200	(20 %)	P(F ∣ 12W)=0,01

a) $P(F) = P(20W)P(F|20W) + P(15W)P(F|15W) + P(12W)P(F|12W) = 0,5 \cdot 0,03 + 0,3 \cdot 0,02 + 0,2 \cdot 0,01 = 0,023$.

b) $P(20W|F) = \dfrac{P(F \cap 20W)}{P(F)} = \dfrac{P(F|20W)P(20W)}{P(F)} = \dfrac{0,03 \cdot 0,5}{0,023} = 0,652$.

Ejercicio A4

a) $z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,645 \Longrightarrow E_{\text{máx}} = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,645 \cdot \dfrac{16}{\sqrt{64}} = 3,29$
$I = (42 - 3,29\ ;\ 42 + 3,29) = (38,71\ ;\ 45,29)$.

b) $E_{max} = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,645 \cdot \dfrac{16}{\sqrt{n}} \leq 1 \Longrightarrow \sqrt{n} \geq 26,32 \Longrightarrow n \geq 692,74$
El mínimo tamaño muestral es de 693 residentes.

OPCIÓN B

Ejercicio B1

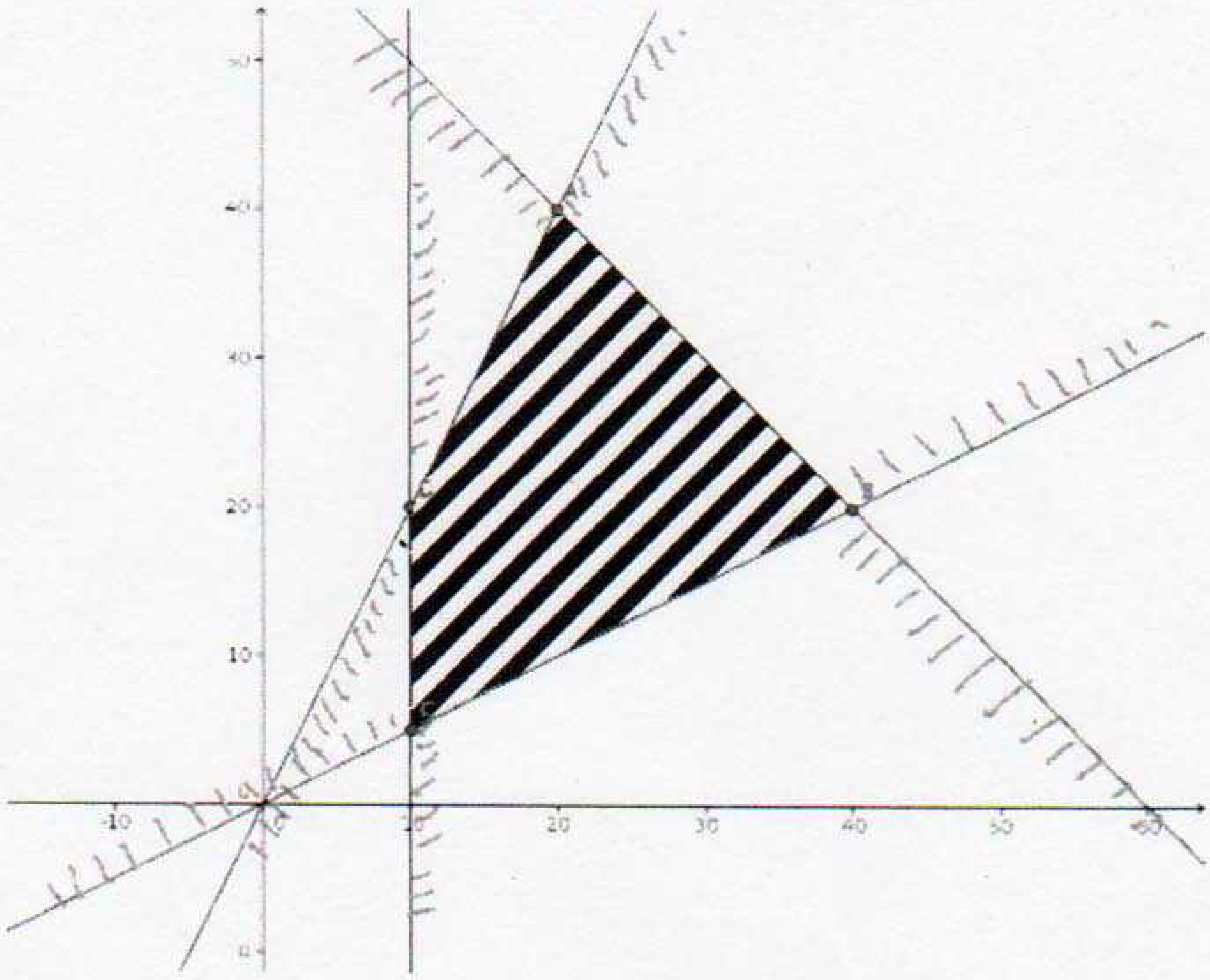
Sean:

x : plazas en clase turista.

y : plazas en primera clase.

Hay que maximizar $i(x, y) = 40x + 75y$ sujeto a las restricciones

$$\begin{cases} y \leq 2x \\ y \geq \frac{x}{2} \\ x + y \leq 60 \\ x \geq 10 \end{cases}$$



Los vértices de la región factible son $A(20, 40)$, $B(40, 20)$, $C(10, 5)$, $D(10, 20)$ y tenemos que $i(A) = 3800€$, $i(B) = 3100€$, $i(C) = 775€$, $i(D) = 1900€$.

El máximo ingreso se obtiene ofreciendo 20 plazas de turista y 40 de primera clase, siendo de 3800€.

Ejercicio B2

$f(x) = ax^2 - \frac{b}{x} \quad f'(x) = 2ax + \frac{b}{x^2} \quad f''(x) = 2a - \frac{2b}{x^3}.$

a)

$\begin{cases} f(1) = 1 & \rightarrow a - b = 1 \\ f'(1) = 3 & \rightarrow 2a + b = 3 \end{cases} \quad a = \frac{4}{3},\ b = \frac{1}{3}.$

b)

$\begin{cases} f(1) = 0 & \rightarrow a - b = 0 \\ f''(1) = 0 & \rightarrow 2a - 2b = 0 \end{cases} \quad a = b.$

c) Para que no tenga asíntotas ha de ser $b = 0$.

$\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 ax^2dx = [a\frac{x^3}{3}]_0^1 = \frac{a}{3} = 1.$

Así resulta $a = 3,\ b = 0$.

Ejercicio B3

I : aprobar Inglés.

F : aprobar Francés.

$P(I) = \frac{18}{30} = \frac{3}{5} \quad P(F) = \frac{14}{30} = \frac{7}{15} \quad P(I \cap F) = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}.$

a) $P(\bar{I} \cap \bar{F}) = P(\overline{I \cup F}) = 1 - P(I \cup F) = 1 - (P(I) + P(F) - P(I \cap F)) = 1 - (\frac{3}{5} + \frac{7}{15} - \frac{1}{5}) = \frac{2}{15} \simeq 0,13333333.$

b) $P(I|F) = \frac{P(I \cap F)}{P(F)} = \frac{1/5}{7/15} = \frac{3}{7} = 0,428.$

Ejercicio B4

a) $z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96.$

$$E_{max} = z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{10} = 1,96 \cdot \frac{\sigma}{10} = 9,8 \Longrightarrow \sigma = \frac{98}{1,96} = 50.$$

b) $P(1 \leq \mu - \bar{X} \leq 4) = P(\frac{1}{2} \leq Z \leq 2) = F(2) - F(\frac{1}{2}) = 0,977 - 0,691 = 0,286.$

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II. PAU 2012

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

ATENCIÓN: La calificación debe hacerse en múltiplos de 0,25 puntos

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos).

Apartado (a)	Cálculo de A^2 o expresión correcta de la fórmula det($3A^2$)=9det(A)	0,50 puntos
	Cálculo del valor de det($3A^2$)	0,50 puntos
	Total Apartado (a)	1,00 punto
Apartado (b)	Resolución correcta	1,00 punto
Apartado (c)	Cálculo de det(A)	0,25 puntos
	Determinación de los valores críticos de k	0,25 puntos
	Discusión correcta del caso $k=3$	0,25 puntos
	Discusión correcta del caso $k\neq 3$	0,25 puntos
	Total apartado (c)	1,00 punto

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos).

Apartado (a)	Cálculo correcto de $f'(x)$	0,50 puntos
	Localización correcta de los máximos y mínimos locales	0,25 puntos
	Determinación correcta de los intervalos de crecimiento y decrecimiento	0,25 puntos
	Total Apartado (a)	1,00 punto
Apartado (b)	Cálculo correcto de $f''(x)$	0,50 puntos
	Localización correcta de los puntos de inflexión	0,25 puntos
	Determinación correcta de los intervalos de concavidad y convexidad	0,25 puntos
	Total apartado (b)	1,00 punto
Apartado (c)	Cálculo correcto de la asíntota vertical	0,25 puntos
	Cálculo correcto de la asíntota horizontal	0,25 puntos
	Localización correcta de los puntos de corte con los ejes	0,25 puntos
	Esbozo correcto de la gráfica de f	0,25 puntos
	Total apartado (c)	1,00 punto

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a)	Planteamiento correcto	0,50 puntos
	Cálculo correcto de la probabilidad pedida	0,50 puntos
	Total apartado (a)	1,00 punto
Apartado (b)	Planteamiento correcto	0,50 puntos
	Cálculo correcto de la probabilidad pedida	0,50 puntos
	Total apartado (b)	1,00 punto

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a)	Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$	0,25 puntos
	Expresión correcta de la fórmula del intervalo de confianza	0,25 puntos
	Obtención correcta del intervalo de confianza	0,50 puntos
	Total apartado (a)	1,00 punto
Apartado (b)	Planteamiento correcto	0,50 puntos
	Cálculo correcto del tamaño muestral	0,50 puntos
	Total apartado (b)	1,00 punto

NOTA: La resolución de ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores, ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos).

	Obtención de la función objetivo	0,25 puntos
	Obtención de las restricciones 0,25 por caso (0,25 x4)	1,00 punto
	Determinación correcta de los vértices de la región factible	1,00 punto
	Localización del máximo	0,50 puntos
	Obtención del ingreso máximo	0,25 puntos

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos).

Apartado (a)	Cálculo correcto de f'(x)	0,25 puntos
	Obtención de la condición f(1)=1	0,25 puntos
	Obtención de la condición f '(1)=3	0,25 puntos
	Cálculo correcto de los valores de a y b	0,25 puntos
	Total Apartado (a)	1,00 punto
Apartado (b)	Cálculo correcto de f''(x)	0,25 puntos
	Obtención de la condición f(1)=0	0,25 puntos
	Obtención de la condición f ''(1)=0	0,25 puntos
	Cálculo correcto de los valores de a y b	0,25 puntos
	Total apartado (b)	1,00 punto
Apartado (c)	Cálculo correcto del valor de b	0,25 puntos
	Cálculo correcto del valor de a	0,75 puntos
	Total apartado (c)	1,00 punto

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a)	Planteamiento correcto	0,50 puntos
	Cálculo correcto de la probabilidad pedida	0,50 puntos
	Total apartado (a)	1,00 punto
Apartado (b)	Planteamiento correcto	0,50 puntos
	Cálculo correcto de la probabilidad pedida	0,50 puntos
	Total apartado (b)	1,00 punto

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a)	Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$	0,25 puntos
	Planteamiento correcto	0,25 puntos
	Obtención correcta del valor de σ	0,50 puntos
	Total apartado (a)	1,00 punto
Apartado (b)	Planteamiento correcto	0,50 puntos
	Cálculo correcto de la probabilidad pedida	0,50 puntos
	Total apartado (b)	1,00 punto

NOTA: La resolución de ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores, ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados.